ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΠΑΡΑΚΑΛΕΙΣΘΕ ΝΑ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΕΤΕ ΤΑ ΚΑΤΩΤΕΡΩ ΜΕ ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ

ΕΠΩΝΥΜΟ ………………………………………………………………………………

ΟΝΟΜΑ………………………………………………………………………………..

ΟΝΟΜΑ ΠΑΤΡΟΣ………..………………………………………………………………

ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ:

□□□□ □□□□ □□□□□

ΟΜΑΔΑ ΘΕΜΑΤΩΝ Β

ΠΑΡΑΚΑΛΕΙΣΘΕ ΝΑ ΜΕΛΕΤΗΣΕΤΕ ΜΕ ΠΡΟΣΟΧΗ ΤΑ ΠΑΡΑΚΑΤΩ:

ΔΙΑΔΙΚΑΣΤΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ

Α) Το ονοματεπώνυμο σας να γραφτεί **καθαρά** ανωτέρω, καθώς και ο **13**-ψηφιος ΑΜ.
Β) Στο θρανίο σας πλην ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΥΛΗΣ, της κόλλας των θεμάτων εξέτασης, και της ταυτότητας, **ΔΕΝ ΘΑ ΥΠΑΡΧΕΙ ΤΙΠΟΤΑ ΑΛΛΟ.**
ΕΙΔΙΚΟΤΕΡΑ, Τα κινητά τηλέφωνα θα είναι απολύτως ΚΛΕΙΣΤΑ σε τσάντες και τσέπες.
Γ) Πρέπει να λυθούν και τα **3 θέματα,** τα οποία είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα, δηλ. 3,4 μονάδες έκαστον**.** **Κάθε θέμα θα γραφτεί αποκλειστικά στις δύο σελίδες του φύλλου όπου έχει γραφτεί η εκφώνηση του και ΜΟΝΟΝ ΕΚΕΙ**. Για πρόχειρο θα χρησιμοποιηθούν οι σελίδες 2, 9, 10 η εν ανάγκη θα ζητήσετε επιπλέον σελίδες.
Η ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΕΙΝΑΙ 2.30' ώρες.
Δ) Εάν τυχόν κάποιος ενδιαφερθεί ενδεχομένως μετά την ανακοίνωση των αποτελεσμάτων να ζητήσει επανεξέταση του γραπτού, θα πρέπει οπωσδήποτε να θυμάται **την ΑΙΘΟΥΣΑ και την ΟΜΑΔΑ ΘΕΜΑΤΩΝ** στα οποία εξετάστηκε.

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ ΣΑΣ ΕΥΧΟΝΤΑΙ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

Για τους Βαθμολογητές: Κάθε θέμα βαθμολογείται με ένα δεκαδικό ψηφίο με άριστα 3,4

ΘΕΜΑ 1	ΘΕΜΑ 2	ΘΕΜΑ 3	ΑΘΡΟΙΣΜΑ
□	□	□	□

ΘΕΜΑ 1.

Α) Να ευρεθεί η εξίσωση του κυλίνδρου, ο οποίος παράγεται από γενέτειρα παράλληλη προς το διάνυσμα **a**(3, 1, 2) και οδηγό καμπύλη την υπερβολή $z^2-2x^2=1$, $y=0$.

Β) Να ευρεθεί η εξίσωση της επιφάνειας, η οποία παράγεται από την περιστροφή της καμπύλης $(y^2/3)+(x^2/2)=1$, $z=0$, περί την ευθεία $x=1$, $z=0$.

ΘΕΜΑ 2. Θεωρούμε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων στον χώρο, Oxyz, οπότε έχουμε την γνωστή ταύτιση του χώρου με το R^3, όπου R είναι οι πραγματικοί. Στο θέμα αυτό, το εσωτερικό γινόμενο <, > είναι το σύνηθες εσωτερικό γινόμενο του R^3. Θεωρούμε τα διανύσματα φ=(γ, α, β), ω=(-β, 0, γ) θ=(-α, γ, 0), όπου οι α, β, γ είναι πραγματικοί και α, β $\neq 0$. Θεωρούμε τα σύνολα $\Gamma=\{M\in R^3 : \overrightarrow{OM}=\lambda\varphi$ με $\lambda\in R\}$, $\Omega=\{\lambda\omega+\mu\theta: \lambda, \mu \in R\}$ και $E=\{ N\in R^3 : \overrightarrow{ON} \in\Omega \}$

Α) Να ελεγχθεί αν τα φ, ω, θ είναι κάθετα ανά δύο.

Β) Να βρεθούν οι εξισώσεις των σχημάτων Ε και Π.

Γ) Αν Κ, Τ $\in$Γ και Μ, Λ $\in$Ε, να αποδείξετε ότι $<\overrightarrow{KT}, \overrightarrow{M\Lambda}>=0$. Να βρεθεί διάνυσμα $\xi\in R^3$ που να είναι κάθετο προς τα φ και ω.

ΘΕΜΑ 3. Θεωρούμε τον γραμμικό χώρο $R_2[x]$, που αποτελείται από όλα τα πολυώνυμα με πραγματικούς συντελεστές και βαθμό το πολύ 2, (Συμπεριλαμβάνεται και το πολυώνυμο 0). Στον χώρο αυτόν θεωρούμε δύο εσωτερικά γινόμενα που ορίζονται ως ακολούθως: $<p, q>_1 = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ και $<p, q>_2 = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$ όπου $p, q \in R_2[x]$. (Δεχόμεθα άνευ αποδείξεως ότι είναι εσωτερικά γινόμενα).

Α) Να βρεθούν $\tau, \sigma \in R_2[x]$, ώστε το σύνολο $\{-2, \tau, \sigma\}$ να αποτελεί βάση του $R_2[x]$, ορθογώνια ως προς το $<, >_2$

Β) Ερωτάται αν υπάρχει $\sigma \in R_2[x]$, ώστε το $\{-1, \sigma\}$ να είναι ορθογώνιο σύνολο και ως προς το $<, >_1$ και ταυτόχρονα ως προς $<, >_2$

ΠΡΟΧΕΙΡΟ