Εργαστήριο Μαθηματικών & Στατιστικής

$1^{η}$ Πρόοδος στο Μάθημα <u>Στατιστική</u>

5/12/08

<u>Α΄ ΣΕΙΡΑ ΘΕΜΑΤΩΝ</u>

1^{o} Θέμα

Το 2% των ζώων μιας μεγάλης κτηνοτροφικής μονάδας έχει προσβληθεί από μια ασθένεια. Για τη διάγνωση της συγκεκριμένης ασθένειας μπορεί να γίνει μια εξέταση η οποία όταν το ζώο έχει προσβληθεί από την ασθένεια δίνει σωστή διάγνωση με πιθανότητα 95% ενώ όταν το ζώο δεν έχει προσβληθεί από την ασθένεια δίνει σωστή διάγνωση με πιθανότητα 98%.

α) Επιλέγονται τυχαία 5 ζώα για να εξετασθούν. Πριν υποβληθούν στην εξέταση, ποια είναι η πιθανότητα να έχει προσβληθεί το πολύ ένα από αυτά.

β) Επιλέγεται τυχαία ένα ζώο και εξετάζεται. i) Ποια είναι η πιθανότητα το αποτέλεσμα της εξέτασης να είναι θετικό. ii) Αν το αποτέλεσμα της εξέτασης είναι θετικό ποια είναι η πιθανότητα το ζώο να έχει πράγματι προσβληθεί. Επίσης, ποια είναι η πιθανότητα να μην έχει προσβληθεί. iii) Τα ενδεχόμενα *«το ζώο έχει προσβληθεί»* και «*η εξέταση δίνει θετικό αποτέλεσμα*» είναι ανεξάρτητα ή εξαρτημένα (εξηγείστε γιατί).

γ) Από 5 ζώα που εξετάσθηκαν και η εξέταση έδωσε και στις 5 περιπτώσεις θετικό αποτέλεσμα, ποια είναι η πιθανότητα το πολύ ένα να έχει πράγματι προσβληθεί.

δ) Από 300 ζώα που εξετάσθηκαν και η εξέταση έδωσε και στις 300 περιπτώσεις θετικό αποτέλεσμα i) πόσα ζώα αναμένεται να έχουν πράγματι προσβληθεί ii) ποια είναι η πιθανότητα τουλάχιστον 10 να έχουν πράγματι προσβληθεί.

(35 Μονάδες)

2^{o} Θέμα

Ένα εργοστάσιο παραγωγής ζάχαρης επεξεργάζεται ημερησίως *X* ποσότητα τεύτλων (σε τόνους) η οποία είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\mathrm{c}} & 0\le x\le 2\\ 0 & \text{αλλού.}\end{cases}$$

α) Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου c.

β) Ποια είναι η αναμενόμενη ημερήσια ποσότητα τεύτλων που επεξεργάζεται το εργοστάσιο.

γ) Ποια είναι η πιθανότητα σε μια ημέρα το εργοστάσιο να επεξεργασθεί περισσότερους από 1.5 τόνους τεύτλων.

δ) Ποια είναι η πιθανότητα σε δύο μήνες (60 ημέρες) το εργοστάσιο να επεξεργασθεί συνολικά περισσότερους από 50 τόνους τεύτλων *(θεωρείστε ότι οι ημερήσιες ποσότητες τεύτλων που επεξεργάζεται το εργοστάσιο είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες).*

(30 Μονάδες)

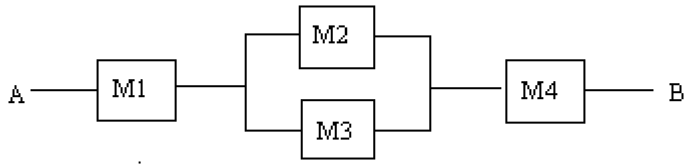
3^{o} Θέμα

α) Σε μια στατιστική έρευνα, τα ***δειγματοληπτικά*** *σφάλματα* μπορούν να αποφευχθούν; (εξηγείστε).

β) Από πληθυσμό μεγέθους 100, πόσα (διαφορετικά) δείγματα μεγέθους 3 μπορούν να ληφθούν αν η δειγματοληψία γίνεται χωρίς επανάθεση και δεν ενδιαφέρει η σειρά επιλογής των στοιχείων (μονάδων) του δείγματος.

γ) Είναι λογικό (αναμενόμενο) η μέση τιμή της κατανομής *Poisson* να είναι ίση με τη διασπορά της; (εξηγείστε).

δ) Οι 4 μονάδες M1, M2, M3, M4 του παρακάτω συστήματος λειτουργούν ανεξάρτητα η μια από την άλλη και έχουν αξιοπιστία (πιθανότητα λειτουργίας) 0.9, 0.6, 0.8 και 0.9 αντίστοιχα. Το σύστημα λειτουργεί αν και μόνο αν υπάρχει ένα τουλάχιστον «μονοπάτι» από το A στο B μέσω λειτουργούντων μονάδων. Να βρεθεί η αξιοπιστία (η πιθανότητα λειτουργίας) R του συστήματος.



(35 Μονάδες)

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 30 λεπτά.
Ευχόμαστε επιτυχία!

Δίνονται οι παρακάτω τιμές της συνάρτησης κατανομής της τυποποιημένης κανονικής κατανομής:
Φ(0.75)=0.7734, Φ(0.78)=0.7823, Φ(0.8)=0.7881, Φ(0.83)=0.7967, Φ(1.00)=0.8413, Φ(1.24)=0.8925, Φ(1.25)=0.8944, Φ(1.27)=0.8980, Φ(2.24)=0.9875, Φ(2.33)=0.9900.

Επίσης, δίνονται οι τιμές:
$e^{-10} \approx 0.000045$, $e^{-9} \approx 0.00012$, $e^{-6} \approx 0.0025$, $e^{-3} \approx 0.0498$, $e^{-2.5} \approx 0.0821$, $e^{-1.5} \approx 0.223$

<u>Ενδεικτικές απαντήσεις (Α΄ Σειρά)</u>

1ο Θέμα

Έστω Π το ενδεχόμενο: *το ζώο έχει προσβληθεί από την ασθένεια* και Θ το ενδεχόμενο: *το αποτέλεσμα της εξέτασης είναι θετικό*.

Δίνονται οι πιθανότητες: $P(\Pi) = 0.02$, $P(\Theta / \Pi) = 0.95$ και $P(\Theta' / \Pi') = 0.98$.

α) Αν X ο αριθμός των ζώων (από τα πέντε) που έχουν προσβληθεί, επειδή το δείγμα είναι μικρό σε σχέση με το μέγεθος του πληθυσμού, προφανώς $X \sim B(5,\ 0.02)$ άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι:

$$P(X \le 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{5}{0} \cdot (0.02)^0 \cdot (0.98)^5 + \binom{5}{1} \cdot (0.02)^1 \cdot (0.98)^4 = 0.9962$$

β) i) Από το θεώρημα ολικής πιθανότητας έχουμε:

$P(\Theta) = P(\Theta / \Pi)P(\Pi) + P(\Theta / \Pi')P(\Pi') = 0.95 \cdot 0.02 + 0.02 \cdot 0.98 = 0.0386$.

ii) Ζητούνται οι δεσμευμένες πιθανότητες $P(\Pi / \Theta)$ και $P(\Pi' / \Theta)$. Από τον τύπο του Bayes έχουμε: $P(\Pi / \Theta) = \dfrac{P(\Theta / \Pi)P(\Pi)}{P(\Theta)} = 0.492$.

Επομένως $P(\Pi' / \Theta) = 1 - 0.492 = 0.508$.

iii) $P(\Pi / \Theta) = 0.492 \ne P(\Pi) = 0.02$ άρα τα ενδεχόμενα Π και Θ είναι εξαρτημένα.

γ) Αν Y ο αριθμός των ζώων που έχουν πράγματι προσβληθεί από τα πέντε που εξετάσθηκαν και η εξέταση έδωσε θετικό αποτέλεσμα τότε προφανώς $Y \sim B(5,\ 0.492)$ και επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι:

$$P(Y \le 1) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = \binom{5}{0} \cdot (0.492)^0 \cdot (0.508)^5 + \binom{5}{1} \cdot (0.492)^1 \cdot (0.508)^4 = 0.1976$$

δ) Αν W ο αριθμός των ζώων που έχουν πράγματι προσβληθεί από τα 300 που εξετάσθηκαν και η εξέταση έδωσε θετικό αποτέλεσμα τότε προφανώς $W \sim B(300,\ 0.492)$.

i) Ζητάμε τη μέση τιμή της W. Είναι $E(W) = n \cdot p = 300 \cdot 0.492 = 147.6$ δηλαδή, αναμένεται να έχουν πράγματι προσβληθεί περίπου 148 ζώα (από τα 300 που εξετάσθηκαν και η εξέταση έδωσε θετικό αποτέλεσμα).

ii) Ζητάμε την πιθανότητα: $P(W \ge 10)$. Επειδή το ν=300 είναι αρκετά μεγάλο με $\nu \cdot p \cdot q = 300 \cdot 0.492 \cdot 0.508 = 74.98 \ge 10$, η διωνυμική κατανομή $B(300,\ 0.492)$ μπορεί να προσεγγισθεί ικανοποιητικά από την κανονική κατανομή $N(147.6,\ 74.98)$ και επομένως για τον υπολογισμό της ζητούμενης πιθανότητας έχουμε:

$$P(W \ge 10) = P\left(Z \ge \frac{10 - 147.6}{\sqrt{74.98}} \right) = P\left(Z \ge \frac{-137.6}{8.66} \right) = P(Z \ge -15.89) = 1 - \Phi(-15.89) = \Phi(15.89) \approx 1$$

2ο Θέμα

α) Πρέπει $\int_0^2 \frac{1}{c} dx = 1 \Rightarrow \frac{2}{c} = 1 \Rightarrow c = 2$. **β)** Ζητάμε τη μέση τιμή της *X*. Είναι $E(X) = \int_0^2 \frac{1}{2} \cdot x dx = \ldots = 1$ τόνος, δηλαδή, το εργοστάσιο αναμένεται να επεξεργάζεται ημερησίως 1 τόνο τεύτλων. **γ)** Ζητάμε την πιθανότητα $P(X > 1.5) = \int_{1.5}^2 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}(2 - 1.5) = 0.25$.

δ) Έστω X_i η ποσότητα που επεξεργάζεται το εργοστάσιο την i ημέρα ($i = 1,2,\ldots,60$). Προφανώς ζητάμε την πιθανότητα $P(S_{60} > 50)$ όπου

$S_{60} = X_1 + X_2 + ... + X_{60}$. Οι τυχαίες μεταβλητές X_i είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με μέση τιμή $\mu_i = E(X_i) = 1$ τόνο και διασπορά $\sigma_i^2 = V(X_i) = E(X_i^2) - [E(X_i)]^2 = \int_0^2 x^2 \frac{1}{2} dx - 1^2 = \frac{1}{3}$ και επομένως από το Κ.Ο.Θ. προκύπτει ότι η S_{60} προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κανονική κατανομή $N(60 \cdot 1,\ 60 \cdot \frac{1}{3})$ ή $N(60,\ 20)$. Επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι: $P(S_{60} > 50) = P(Z > \frac{50-60}{\sqrt{20}}) = P(Z > -2.24) = 1 - \Phi(-2.24) = \Phi(2.24) = 0.9875$.

3^{o} Θέμα

α) Όχι. Είναι αναπόφευκτα σφάλματα που συνδέονται με τη μεταβλητότητα του δείγματος, με το μέγεθος του δείγματος και με την επιλογή σχεδίου δειγματοληψίας.

β) Χωρίς επανάθεση μπορούμε να πάρουμε $\binom{100}{3} = \frac{100!}{3! \cdot 97!} = \frac{98 \cdot 99 \cdot 100}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 161700$ μη διατεταγμένα δείγματα.

γ) Είναι λογικό αφού η Poisson, ως οριακή κατανομή της διωνυμικής με p πολύ μικρό (άρα $1-p \approx 1$), αναμένεται να έχει μέση τιμή np και διασπορά $np(1-p) \approx np$.

δ) Έστω M_i το ενδεχόμενο: η μονάδα i λειτουργεί ($i = 1,2,3,4$). Δίνονται οι πιθανότητες: $P(M_1) = 0.9$, $P(M_2) = 0.6$, $P(M_3) = 0.8$ και $P(M_4) = 0.9$. Από τη συνθήκη λειτουργίας του συστήματος και επειδή οι μονάδες λειτουργούν ανεξάρτητα η μία από την άλλη έχουμε:

$$R = P(M_1) \cdot P(M_2 \cup M_3) \cdot P(M_4) = P(M_1) \cdot [1 - P[(M_2 \cup M_3)']] \cdot P(M_4) =$$
$$= P(M_1) \cdot [1 - P(M_2' \cdot M_3')] \cdot P(M_4) = P(M_1) \cdot [1 - P(M_2') \cdot P(M_3')] \cdot P(M_4) =$$
$$= 0.9 \cdot [1 - 0.4 \cdot 0.2] \cdot 0.9 = 0.7452.$$

Εργαστήριο Μαθηματικών & Στατιστικής

1η Πρόοδος στο Μάθημα <u>Στατιστική</u>

5/12/08

<u>Β΄ ΣΕΙΡΑ ΘΕΜΑΤΩΝ</u>

1ο Θέμα

Μια αυτόματη μηχανή κοπής σωλήνων έχει προγραμματισθεί να κόβει σωλήνες μήκους 40*inches*. Έχει παρατηρηθεί ότι το μήκος των σωλήνων που κόβονται ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή την τιμή στην οποία έχει ρυθμιστεί να κόβει η μηχανή και τυπική απόκλιση 0.6 inches. **α)** Ποιο ποσοστό των σωλήνων που κόβονται έχει μήκος μεγαλύτερο από 40.5*inches*. **β)** Επιλέγονται τυχαία 5 σωλήνες και ελέγχεται αν το μήκος τους ξεπερνάει ή όχι τις 40.5*inches*. Ποια είναι η πιθανότητα το πολύ ένας σωλήνας να έχει μήκος μεγαλύτερο από 40.5*inches*. **γ)** Βρείτε εκείνη την τιμή ξ για την οποία να ισχύει ότι: μήκος μεγαλύτερο από ξ έχει μόνο το 1% των σωλήνων που κόβονται από τη μηχανή (όταν αυτή έχει ρυθμιστεί στις 40*inches)*. **δ)** Σε τι μήκος κοπής πρέπει να ρυθμιστεί η μηχανή έτσι ώστε μόνο το 1% των σωλήνων να έχει μήκος μεγαλύτερο από 40.5*inches*.

(30 Μονάδες)

2ο Θέμα

α) Αναφέρατε τρεις πηγές ***μη δειγματοληπτικών*** *σφαλμάτων*.

β) Έστω *Α, Β* δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου *Ω* ενός πειράματος τύχης με $P(A)=0.4$ και $P(B)=0.2$. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για τα ενδεχόμενα αυτά i. αν $P(A/B)=0$ ii. αν $P(AB)=0.08$.

γ) Σε ένα κουτί φαρμάκου υπάρχουν 20 δισκία από τα οποία τα δύο δεν έχουν επαρκή ποσότητα της ουσίας που απαιτείται για την καταπολέμηση της ασθένειας για την οποία προορίζεται το φάρμακο. Το τμήμα ελέγχου ποιότητας παίρνει τυχαία δισκία από το κουτί (το ένα μετά το άλλο) και τα ελέγχει μέχρι να βρεθούν τα δύο ακατάλληλα δισκία. Ποια είναι η πιθανότητα να συμβεί αυτό στην τρίτη δοκιμή.

(30 Μονάδες)

3ο Θέμα

(Ι) Έχει παρατηρηθεί ότι ο αριθμός X_t ενός σπάνιου είδους φυτών σε έκταση εμβαδού *t*, περιγράφεται ικανοποιητικά από μια στοχαστική διαδικασία *Poisson* με μέσο αριθμό φυτών ανά στρέμμα 3 φυτά. **α)** Να βρεθούν οι πιθανότητες: i. σε μια έκταση ενός στρέμματος να υπάρχουν τουλάχιστον δύο φυτά ii. σε μια έκταση μισού στρέμματος να υπάρχει το πολύ ένα φυτό iii. σε μια έκταση 2 στρεμμάτων να υπάρχουν τουλάχιστον τρία φυτά. **β)** Σε μια έκταση 3 στρεμμάτων ποιος είναι ο πιθανότερος αριθμός φυτών; Επίσης, να βρεθεί η πιθανότητα εμφάνισης αυτού του αριθμού φυτών.

(ΙΙ) Ο χρόνος ζωής μιας λυχνίας ορισμένου τύπου είναι τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή 1285 ώρες και τυπική απόκλιση 150 ώρες. Παίρνουμε ένα τυχαίο δείγμα 100 λυχνιών αυτού του τύπου. Να βρεθεί η πιθανότητα ο μέσος χρόνος ζωής των 100 λυχνιών του δείγματος να είναι μεγαλύτερος από 1300 ώρες.

(40 Μονάδες)

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 30 λεπτά.
Ευχόμαστε επιτυχία!

Δίνονται οι παρακάτω τιμές της συνάρτησης κατανομής της τυποποιημένης κανονικής κατανομής:
Φ(0.75)=0.7734, Φ(0.78)=0.7823, Φ(0.8)=0.7881, Φ(0.83)=0.7967, Φ(1.00)=0.8413, Φ(1.24)=0.8925, Φ(1.25)=0.8944, Φ(1.27)=0.8980, Φ(2.24)=0.9875, Φ(2.33)=0.9900.
Επίσης, δίνονται οι τιμές:
$e^{-10}\approx 0.000045$, $e^{-9}\approx 0.00012$, $e^{-6}\approx 0.0025$, $e^{-3}\approx 0.0498$, $e^{-2.5}\approx 0.0821$, $e^{-1.5}\approx 0.223$

<u>Ενδεικτικές απαντήσεις (Β΄ Σειρά)</u>

1ο Θέμα

Έστω X το μήκος των σωλήνων που κόβονται από τη μηχανή όταν αυτή ρυθμιστεί στις 40 inches. Δίνεται ότι $X \sim N(40,\ 0.6^2)$.

α) Ζητάμε την πιθανότητα $P(X > 40.5)$. Έχουμε:

$$P(X > 40.5) = P\left(Z > \frac{40.5-40}{0.6}\right) = P(Z > 0.83) = 1-\Phi(0.83) = 1-0.7967 = 0.2033.$$

Άρα ποσοστό 20.33% των σωλήνων που κόβονται από τη μηχανή όταν αυτή ρυθμιστεί στις 40 inches έχει μήκος μεγαλύτερο από 40.5 inches.

β) Έστω Y ο αριθμός των σωλήνων (από τους πέντε που επελέγησαν) που έχουν μήκος μεγαλύτερο από 40.5 inches ο καθένας. Προφανώς $Y \sim B(5,\ 0.2033)$ και επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι,

$$P(Y \le 1) = \binom{5}{0}\cdot(0.2033)^0\cdot(0.7967)^5 + \binom{5}{1}\cdot(0.2033)^1\cdot(0.7967)^4 = 0.7305.$$

γ) Ζητάμε την τιμή ξ της X για την οποία: $P(X > \xi) = 0.01$. Επομένως,

$$P(X > \xi) = 0.01 \Leftrightarrow P\left(Z > \frac{\xi-40}{0.6}\right) = 0.01 \Leftrightarrow 1-\Phi\left(\frac{\xi-40}{0.6}\right) = 0.01$$

$$\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{\xi-40}{0.6}\right) = 0.99 \Leftrightarrow \frac{\xi-40}{0.6} = 2.33, \text{ άρα } \xi = 41.398\ \textit{inches}.$$

δ) Πρέπει να προσδιορισθεί η μέση τιμή μ της $W \sim N(\mu,\ 0.6^2)$ έτσι ώστε: $P(W > 40.5) = 0.01$. Επομένως,

$$P(W > 40.5) = 0.01 \Leftrightarrow P\left(Z > \frac{40.5-\mu}{0.6}\right) = 0.01 \Leftrightarrow 1-\Phi\left(\frac{40.5-\mu}{0.6}\right) = 0.01$$

$$\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{40.5-\mu}{0.6}\right) = 0.99 \Leftrightarrow \frac{40.5-\mu}{0.6} = 2.33,$$ άρα $\mu = 39.102\ \textit{inches}$, δηλαδή, η μηχανή πρέπει να ρυθμισθεί στις 39.102 *inches*.

2ο Θέμα

α) Λάθος επιλογή δείγματος, λάθη στα ερωτηματολόγια, λάθη στις μετρήσεις.

β) i. Τα ενδεχόμενα είναι ξένα ii. Τα ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα.

γ) Έστω E_i το ενδεχόμενο: *στην i δοκιμή επιλέγεται δισκίο με επαρκή ποσότητα ουσίας* και A_i το ενδεχόμενο: *στην i δοκιμή επιλέγεται δισκίο με ανεπαρκή ποσότητα ουσίας*. Ζητάμε την πιθανότητα: $P(A_1E_2A_3 \cup E_1A_2A_3)$. Επειδή τα ενδεχόμενα $A_1E_2A_3$ και $E_1A_2A_3$ είναι προφανώς ξένα, έχουμε: $P(A_1E_2A_3 \cup E_1A_2A_3) = P(A_1E_2A_3) + P(E_1A_2A_3)$. Οι πιθανότητες $P(A_1E_2A_3)$ και $P(E_1A_2A_3)$ υπολογίζονται από τον πολλαπλασιαστικό τύπο ως εξής:

$$P(A_1E_2A_3) = P(A_1)\cdot P(E_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1E_2) = \frac{2}{20}\cdot\frac{18}{19}\cdot\frac{1}{18} = \frac{1}{190}$$

$$P(E_1A_2A_3) = P(E_1)\cdot P(A_2/E_1)\cdot P(A_3/E_1A_2) = \frac{18}{20}\cdot\frac{2}{19}\cdot\frac{1}{18} = \frac{1}{190}.$$

Άρα $P(A_1E_2A_3 \cup E_1A_2A_3) = \dfrac{2}{190} = \dfrac{1}{95} \approx 1\%$.

3ο Θέμα

Ι. α) Ισχύει $P(X_t = x) = e^{-3\cdot t}\dfrac{(3\cdot t)^x}{x!}, \quad x = 0,1,2,...$

i. $P(X_1 \geq 2) = 1 - P(X_1 < 2) = 1 - P(X_1 = 0) - P(X_1 = 1) = 1 - e^{-3}\dfrac{3^0}{0!} - e^{-3}\dfrac{3^1}{1!} = 1 - 4e^{-3}$

ii. $P(X_{1/2} \leq 1) = P(X_{1/2} = 0) + P(X_{1/2} = 1) = e^{-3/2}\dfrac{(3/2)^0}{0!} + e^{-3/2}\dfrac{(3/2)^1}{1!} = \dfrac{5}{2}e^{-3/2}$

iii. $P(X_2 \geq 3) = 1 - P(X_2 < 3) = 1 - P(X_2 = 0) - P(X_2 = 1) - P(X_2 = 2) =$

$= 1 - e^{-6}\dfrac{6^0}{0!} - e^{-6}\dfrac{6^1}{1!} - e^{-6}\dfrac{6^2}{2!} = 1 - 25e^{-6}$

β) Προφανώς $X_3 \sim P(9)$ άρα οι πιθανότερες τιμές είναι οι $x_0 = 9$ και $x_0' = 8$ με πιθανότητα να συμβούν: $P(X_3 = 9) = e^{-9}\dfrac{9^9}{9!} = e^{-9}\dfrac{9^8}{8!} = P(X_3 = 8) = 0.1318$.

ΙΙ. Έστω X_i ο χρόνος ζωής της i λυχνίας ($i = 1,2,...,100$). Οι τυχαίες μεταβλητές X_i είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με μέση τιμή $\mu_i = 1285$ ώρες και τυπική απόκλιση $\sigma_i = 150$ ώρες. Ζητάμε την πιθανότητα $P(\overline{X} > 1300)$ όπου $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100}$. Από το Κ.Ο.Θ. προκύπτει ότι η $\overline{X}$ προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κανονική κατανομή $N(1285, \dfrac{150^2}{100})$ ή $N(1285,\ 15^2)$ και επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι:

$P(\overline{X} > 1300) = P(Z > \dfrac{1300 - 1285}{15}) = P(Z > 1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$.