

Μαθηματικά ΤΥα (3-7-98)

Θέμα 1. Ένα δοχείο έχει σχήμα σφαιρικού κελύφους κωνικού κυλίνδρου. Η κλίση της κωνικής επιφάνειας αποτελείται από κλίση τριγωνική ελαστική κελύφους. Αν υποθέσουμε τον κώνο από το εσωτερικό του κυλίνδρου, να υποθέσουμε ότι κελύφους υπο των επιπέδων της (σταθερός) ατμοσφαιρικής πίεσης που ασκείται στο εσωτερικό του δοχείου. (Α) Να γράψετε η Μέγιστη Διαφορά Εξισ. που δίνει την επιφάνεια του κελύφους και οι μεταλλικοί συνθήκες (Εξ).

(Β) Εισάγετε στην ΜΑΕ πρώτη των εξισώσεων των επιπέδων της κελύφους.

Θέμα 2. Να γράψετε η Μέγιστη Διαφ. Εξίσωση που δίνει την επιφάνεια της κελύφους αν δεν ασκείται πάνω της κλίση κελύφους P_0 κλίση και δύναμη F συγκρατημένη σε ένα σημείο επιπέδου, στο κέντρο της βάσης του κωνικού. Χρησιμοποιήστε πρώτες συνθήκες.

Θέμα 3. Για τα ορθογώνια πολυώνυμα $H_n(x)$ $n=0,1,2,\dots$ (ορθογώνια Hermite) ισχύει: $\int_{-\infty}^{\infty} H_n(x) H_m(x) e^{-x^2} dx = 2^n n! \sqrt{\pi} \delta_{nm}$.

Αν μια συνάρτηση $f(x)$ γράφεται υπό τη μορφή $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n(x)$ να γράψετε η σχέση που δίνει τις συντελεστές C_n .

Θέμα 4. Με τη βοήθεια του ολοκλήρωμα $\int_{-1}^1 P_n(x) dx$ όπου $P_n(x)$ το πολυώνυμο Legendre τάξης $n=0,1,2,\dots$

Θέμα 5. Αν $n=0,1,2,\dots$ είναι οι ορθογώνια συνάρτησης των Legendre, P_n και Y_n οι σφαιρικές αρμονικές Y_n .

Θέμα 6. Δώστε ένα παράδειγμα συνάρτησης που δεν υφίσταται κανένα σημείο στο διάστημα $0 < x < L$ και ελαττώσει γρήγορα την υναμική.

Θέμα 7. Βρείτε αν η ΜΑΕ: $u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + 5u_{zz} = 0$ είναι ελλειπτική, παραβολική, υπερβολική ή τίποτα από αυτά.