

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΙΙ

Ιούνιος 1997

1) Η απόσταση y που διανύει ένα σώμα σε κατακόρυφη πτώση δίνεται από την

$$y = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2).$$

Με βάση n ζεύγη παρατηρήσεων (t_i, y_i)

α) να βρεθούν οι ε.ε.τ. των β_1, β_2 και η κατανομή τους. Είναι αυτές ανεξάρτητες;

β) να ελεγχθεί η υπόθεση $H_0: \beta_1 = 0$ κατά την $H_1: \beta_1 \neq 0$ σε ε.σ. α , εάν

i) σ^2 γνωστό, ii) σ^2 άγνωστο.

2) Έστω $\underline{y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ το γενικό γραμμικό μοντέλο, με $\underline{\varepsilon} \sim N(\underline{0}, \sigma^2 I_n)$, $\underline{\beta}$ η p -διάστατος παράμετρος και X ο πίνακας σχεδιασμού βαθμού p .

α) Να βρεθεί η ε.ε.τ. $\hat{\underline{\beta}}$ της $\underline{\beta}$ και να δείχθεί ότι είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια με πίνακα συνδιακυμάνσεων $D(\hat{\underline{\beta}}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$.

β) Εάν $\underline{\varepsilon} = \underline{y} - \hat{\underline{y}} = (I_n - P)\underline{y}$ τα υπόλοιπα (κατάλοιπα) με $P = X(X'X)^{-1}X'$ συμμετρικό και ταυτοδύναμο πίνακα, δείξτε ότι $Cov(\hat{\underline{\beta}}, \underline{\varepsilon}) = \underline{0}$.

3) α) Δείξτε ότι η κατανομή του κριτηρίου Kolmogorov-Smirnov για τον έλεγχο της $H_0: F(x) = F_0(x) \quad \forall x \in R$ έναντι της $H_1: F(x) \neq F_0(x)$ είναι ελεύθερη κατανομής, δηλ. ανεξάρτητη από την υποτιθέμενη συνεχή κατανομή $F_0(x)$.

β) Ο αριθμός των επειγόντων περιστατικών που κατέφθασαν σ' ένα νοσοκομείο κατά τη διάρκεια 50 ημερών φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Να γίνει έλεγχος προσαρμοστικότητας της κατανομής Poisson $P(\lambda)$ σε ε.σ. $\alpha = 5\%$ (Τιμή πινάκων 7.81). Δίνεται $e^{-3} \approx 0.05$

# επειγόντων περιστατικών (X) σε μία μέρα	0	1	2	3	4	5	6	7
# ημερών με X επειγόντα περιστατικά	5	6	8	12	9	5	4	1

4) Με δύο διαφορετικά πιεσόμετρα A και B εξετάστηκε η πίεση αίματος 14 ασθενών με τα παρακάτω αποτελέσματα

Ασθ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$A(x)$	138	115	142	140	123	147	133	150	138	147	132	128	150	134
$B(y)$	141	117	145	145	127	146	135	152	135	152	125	133	145	125

Να εξετασθεί αν οι ενδείξεις x και y των δύο οργάνων είναι ασυσχέτιστες σε ε.σ. $\alpha = 10\%$ (τιμή πινάκων 0.46). Μεταβάλλεται το συμπέρασμά σας αν υποθέσετε ότι ο αριθμός των ζευγών παρατηρήσεων $n = 14$ είναι μεγάλος; (Τιμή πινάκων 1.78)

Να γραφούν 3 από τα 4 θέματα

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ